

## INDICE

Introducción .....	ii
Presentación .....	ii
<b>Unidad 1: Funciones Polinomiales</b> .....	<b>1</b>
1.1 Situaciones que dan lugar a una función polinomial .....	2
1.2 Noción generalizada de función .....	10
1.2.1) Relación entre dos variables que cumple ciertas condiciones.....	10
1.2.2) Conjuntos asociados: dominio y rango. ....	11
1.2.3) Regla de correspondencia. ....	15
1.2.4) Notación funcional $f(x)$ .....	15
Prueba de la línea vertical para funciones .....	20
1.3 Representación de la función polinomial .....	26
1.3.1) Notación .....	26
1.3.2) Grado de una función polinomial. ....	27
1.3.3) Gráfica de funciones polinomiales $f(x) = ax^3 + c$ y $f(x) = ax^4 + c$ .....	27
1.3.4) Comportamientos de las funciones de la forma $f(x) = ax^n + c$ .....	32
a) Desplazamiento vertical.....	32
b) Desplazamiento horizontal.....	35
c) Combinación de transformaciones.....	37
d) Alargamiento y compresión vertical .....	38
1.3.5) La ecuación como un caso particular de la función polinomial .....	41
1.4 Métodos de exploración para la obtención de los ceros, aplicable a las funciones polinomiales factorizables de grado 3 y 4 .....	42
1.4.1) División de polinomios .....	44
1.4.2) División sintética .....	45
1.4.3) Teorema del residuo .....	47
1.4.4) Teorema del factor y su recíproco .....	49
1.4.5) Divisores del término independiente .....	50
1.4.6) Identificación de tipos de raíz: Enteras, racionales, reales, complejas y su multiplicidad .....	51
a) Teorema de las Raíces Racionales .....	52
b) Método por Aproximaciones Sucesivas .....	55
1.5 Bosquejo de la gráfica de una función polinomial .....	59
1.5.1) Intersecciones de la gráfica con los ejes cartesianos .....	59
1.5.2) Análisis del comportamiento: Valor de $a_n$ y Concavidad (alargamiento o compresión) .....	60
1.5.3) Traslación horizontal y vertical: $f(x + k)$ , $f(x) + k$ .....	66
1.5.4) Noción de intervalo. ....	68
1.5.5) Intervalos donde $f(x)$ es positiva o $f(x)$ es negativa .....	69
1.5.6) La no-interrupción de la gráfica .....	69
1.6 Problemas de aplicación .....	70
Autoevaluación .....	76
Juego: Memorama de funciones Polinomiales .....	77
Reactivos de la unidad .....	84
Solución a los ejercicios propuestos .....	90
Solución de los reactivos .....	96
<b>Unidad 2: Funciones Racionales y con Radicales</b> .....	<b>97</b>
2.1 Situaciones que dan lugar a una función Racional .....	98

2.2	Noción de intervalo en la recta real .....	109
2.3	Estudio del comportamiento analítico y gráfico de algunas funciones racionales por medio del dominio y rango .....	110
2.3.1	Funciones de la forma $f(x) = \frac{a}{x+b} + c$ .....	110
2.3.2	Funciones de la forma $f(x) = \frac{a}{(x+b)^2} + c$ .....	118
2.3.3	Funciones de la forma $f(x) = \frac{d}{ax^2 + bx + c}$ .....	124
2.3.4	Funciones de la forma $f(x) = \frac{\text{funcion lineal}}{\text{funcion lineal}}$ .....	126
2.3.5	Funciones de la forma $f(x) = \frac{\text{funcion lineal}}{\text{funcion cuadratica}}$ .....	130
2.3.6	Funciones de la forma $f(x) = \frac{\text{funcion cuadratica}}{\text{funcion cuadratica}}$ .....	131
2.3.7	Funciones de la forma $f(x) = \frac{\text{funcion cuadratica}}{\text{funcion lineal}}$ .....	136
2.4	Resolución de problemas con fenómenos diversos (geométricos y físicos) susceptibles de modelarse a través de funciones racionales .....	139
2.5	Funciones con Radicales .....	143
2.5.1	Situaciones que dan lugar a funciones con Radicales .....	143
2.6	Estudio analítico y gráfico del dominio y el rango de una función del tipo: $f(x) = \sqrt{ax+b}$ y $f(x) = \sqrt{ax^2+bx+c}$ .....	150
2.6.1	Funciones del tipo $f(x) = \sqrt{ax+b}$ .....	150
2.6.2	Funciones del tipo $f(x) = \sqrt{ax^2+bx+c}$ .....	154
2.7	Resolución de problemas susceptibles de modelarse a través de funciones racionales o con radicales .....	161
	Autoevaluación .....	165
	Juego: ¿Quién tiene...?, Yo tengo.....	166
	Reactivos de la unidad .....	183
	Solución a los ejercicios propuestos .....	196
	Solución de los reactivos .....	213
	<b>Unidad 3: Funciones Trigonométricas</b> .....	214
3.1	Situaciones que involucran variación periódica .....	216
3.2	Generalización en el plano cartesiano de las razones trigonométricas para un ángulo cualquiera .....	219
3.2.1	Ángulos positivos y negativos .....	220
3.2.2	Ángulos de referencia .....	220
3.2.3	Medida de ángulos con distintas unidades .....	221
3.2.4	Cálculo del seno y el coseno para ángulos mayores de 90° .....	222
3.2.5	Círculo unitario: extensión de las funciones seno, coseno y tangente para ángulos no agudos .....	223
3.3	Gráfica de las funciones seno, coseno y tangente .....	227
3.3.1	Gráfica de la función coseno de $x$ ( $\cos x$ ) .....	227
3.3.2	Gráfica de la función seno de $x$ ( $\sen x$ ) .....	236
3.3.3	Gráfica de la función tangente de $x$ ( $\tan x$ ) .....	240
3.3.4	Definición de función periódica .....	246
3.4	Gráficas de $f(x) = a \sen (bx + c) + d$ , $f(x) = a \cos (bx + c) + d$ , $f(x) = a \tan (bx + c) + d$ .....	246
3.5	Las funciones trigonométricas como modelos de fenómenos periódicos. Problemas de aplicación .....	253

Autoevaluación .....	257
Juego: ¿Quién tiene...?, Yo tengo.....	259
Reactivos de la unidad .....	270
Solución a los ejercicios propuestos .....	280
Solución de los reactivos .....	287
<b>Unidad 4: Funciones Exponenciales y Logarítmicas</b> .....	<b>288</b>
4.1 Funciones Exponenciales .....	289
4.1.1 Situaciones que involucran crecimiento y decaimiento exponencial .....	289
4.1.2 Análisis de la variación exponencial .....	293
4.1.3 Estudio analítico y gráfico del comportamiento de algunas funciones Exponenciales .....	297
4.1.4 Importancia y caracterización del número e .....	303
4.1.5 Las propiedades: $a^x a^y = a^{x+y}$ ; $(a^x)^y = a^{xy}$ .....	306
4.1.6 Problemas diversos de aplicación .....	309
4.2 Funciones Logarítmicas .....	314
4.2.1 Situaciones que dan lugar a funciones logarítmicas .....	314
4.2.2 La función logaritmo como inversa de la función exponencial. noción de función inversa .....	317
4.2.3 Equivalencia de las expresiones $y = a^x$ y $\log_a y = x$ .....	320
4.2.4 Logaritmos con base 10 y naturales. propiedades de los logaritmos incluyendo la expresión para cambio de base .....	321
4.2.5 Gráficas de funciones logarítmicas. su relación con la gráfica de la función exponencial de la misma base. su dominio y rango .....	329
4.2.6 Problemas diversos de aplicación .....	335
Autoevaluación .....	341
Juego: Dominó de funciones exponenciales y logarítmicas .....	342
Reactivos de la unidad .....	346
Solución de los ejercicios propuestos .....	353
Solución de los reactivos .....	358
Solución de las Autoevaluaciones .....	359
Bibliografía .....	363